

|   |                       |                     |  |
|---|-----------------------|---------------------|--|
| ساعت شروع: ۸ صبح  | تاریخ امتحان: ۱۴/۴/۹۹ | تعداد صفحه: ۳       | سوالات امتحان نهايی درس: هندسه ۳   |
| رشته: رياضي فيزيك   | مدت امتحان: ۱۳۵ دقيقه | نام و نام خانوادگي: | پايه: دوازدهم دوره دوم متوسطه  |
| دانش آموزان <b>روزانه</b> سراسرکشور در فوبت خداداد ماه سال ۱۳۹۹ |                       |                     | مرکز سنجش و پايش كينيت آموزشي<br><a href="http://ace.medu.ir">http://ace.medu.ir</a> |

| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|-------------------------|------|
|------|-------------------------|------|

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و راديکال) مجاز است.

### الف) بخش الزامي

#### دانش آموزان عزيز به سوالات آقا ۱۲ (جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهيد.)

|      |   |   |
|------|---|---|
| ۱    | <p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پرکنيد.</p> <p>الف) اگر <math>A = \begin{bmatrix} a &amp; b \\ c &amp; d \end{bmatrix}</math> وارون پذير نباشد، مقدار <math>a</math> برابر ..... است.</p> <p>ب) اگر ماتريسي قطری باشد و تمام درایه های روی قطر اصلی باهم برابر باشند آن را يك ماترييس ..... ناميم.</p> <p>پ) اگر مجموع فواصل نقطه <math>A</math> از دو کانون بيضي بيشتر از طول قطر بزرگ بيضي باشد، نقطه <math>A</math> در ..... بيضي است.</p> <p>ت) هرشعاع نوري که موازي با محور سهمي به بدنه سهمي بتابد، بازتاب آن از ..... خواهد گذشت.</p> | ۱ |
| ۱    | <p>درستى و نادرستى عبارات زير را مشخص کنيد</p> <p>الف) در حالت کلى حاصل ضرب ماترييسها خاصيت جابجايی دارد.</p> <p>ب) اگر <math>A</math> يك ماترييس <math>3 \times 3</math> و <math> A  = 2</math> باشد آنگاه <math> 2A  = 16</math> است.</p> <p>پ) مكان هندسى مرکز همه دايره هاي با شعاع ثابت <math>r</math> که بر دايره <math>(O, r)</math> در صفحه اين دايره مماس خارج آند، دايره <math>(O, 2r)</math> است.</p> <p>ت) در حالتى که خروج از مرکز بيضي برابر يك باشد بيضي تبديل به يك دايره مى شود.</p>   | ۲ |
| ۱/۷۵ | <p>دو ماترييس <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 1 &amp; 1 \\ m &amp; 0 &amp; n \\ 3 &amp; -1 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 2 &amp; m-2 \\ n+1 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> مفروض آند. اگر <math>A</math> يك ماترييس قطری باشد، حاصل <math> A  +  B </math> را محاسبه کنيد.</p>   | ۳ |
| ۱/۲۵ | <p>الف) اگر <math>A = \begin{bmatrix}  A  &amp; 8 \\ 3 &amp; 5 \end{bmatrix}</math> در اين صورت حاصل <math> A </math> را بیابيد.</p> <p>ب) ماترييس وارون <math>A</math> را حساب کنيد.</p>   | ۴ |
| ۱/۲۵ | <p>در تساوي ماتريسي <math>\begin{bmatrix} 2 &amp; 4 \\ 1 &amp; 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 &amp; 4 \\ 1 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> مقدار <math>x</math> را بیابيد.</p>  | ۵ |
| ۱/۵  | <p>نقاط <math>A, B, C</math> و <math>D</math> در صفحه مفروض آند، نقطه‌اي در اين صفحه بیابید که از <math>A</math> و <math>B</math> به يك فاصله و از <math>C</math> و <math>D</math> نيز به يك فاصله باشد(بحث کنيد).</p>  | ۶ |
|      | «ادame سوالات در صفحه دوم»  |   |

|  |                       |                         |
|--|-----------------------|-------------------------|
| ساعت شروع: ۸ صبح   | تاریخ امتحان: ۱۴/۴/۹۹ | تعداد صفحه: ۳           |
| رشته: ریاضی فیزیک  | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | نام و نام خانوادگی:     |
| دانش آموزان <b>روزانه</b> سراسرکشور در فوبت خداداد ماه سال ۱۳۹۹                      |                       | دوازدهم دوره دوم متوسطه |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://ace.medu.ir">http://ace.medu.ir</a> |                       |                         |

| ردیف | سوالات (پاسخ نامه دارد)   | نمره |
|------|---|------|
| ۷    | معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن بوده و روی خط $2x + y = 2$ وتری به طول ۴ ایجاد کند.   | ۱/۲۵ |
| ۸    | وضعیت نقطه $A(-2, 1)$ نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ را تعیین کنید.  | ۱    |
| ۹    | <p>قطر دایره <math>C</math> مانند شکل، قطر بزرگ بیضی است</p> <p>واز کانون <math>F</math> عمودی بر <math>AA'</math> رسم کرد هایم تا دایره را در نقطه‌ای مانند <math>M</math> قطع کند.</p> <p>ثابت کنید <math>MF</math> با نصف قطر کوچک بیضی برابر است.</p> | ۱    |
| ۱۰   | <p>در بیضی مقابل طول قطر بزرگ <math>\sqrt{2}</math> برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه <math>FBF'</math> چند درجه است؟</p>  | ۱/۵  |
| ۱۱   | اگر در یک بیضی طول قطر کوچک ۲۴ و فاصله کانون تا مرکز آن برابر ۵ باشد، خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.  | ۱    |
| ۱۲   | <p>(الف) مختصات رأس، کانون و معادله خط هادی سهمی <math>x^2 - 4y + 8x = 0</math> را به دست آورید.</p> <p>(ب) نمودار سهمی را با استفاده از نقاط کمکی رسم کنید.</p>  | ۲/۵  |

### ب) بخش انتخابی

دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۳ تا ۱۶ فقط ۲ سؤال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

|    |  |   |
|----|--|---|
| ۱۳ | <p>الف) حدود <math>m</math> را طوری بیابید که دستگاه معادلات <math>\begin{cases} 2mx + 3y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}</math> دارای جواب منحصر به فرد باشد.</p> <p>ب) جواب دستگاه مذکور را به ازای <math>m = 2</math> با استفاده از ماتریس وارون محاسبه کنید.</p> <p>«ادامه سوالات در صفحه سوم»</p> | ۲ |
|----|--|---|

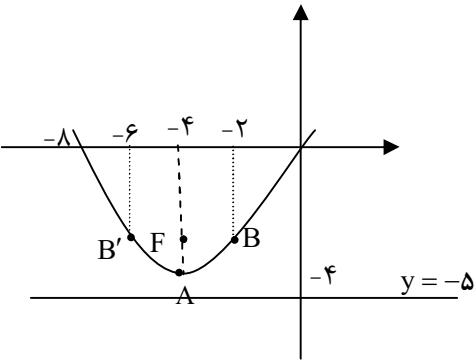
|  |                         |                               |
|--|-------------------------|-------------------------------|
| ساعت شروع: ۸ صبح   | تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۴/۱۴ | تعداد صفحه: ۳ هندسه           |
| رشته: رياضي فيزيک  | مدت امتحان: ۱۳۵ دقيقه   | نام و نام خانوادگي:           |
| دانش آموزان <b>روزانه</b> سراسرکشور در فوبت خداداد ماه سال ۱۳۹۹                      |                         | پايه: دوازدهم دوره دوم متوسطه |
| مرکز سنجش و پايش كينيت آموزشي<br><a href="http://ace.medu.ir">http://ace.medu.ir</a> |                         |                               |

| ردیف | سوالات (پاسخ نامه دارد)  | نمره     |
|------|--|----------|
| ۱۴   | سهمي $y = 4x - 4$ مفروض است، به مرکز کانون سهمي و به شعاع ۳ دایره‌اي رسم مى‌كنيم، مختصات نقاط برخورد دایره و سهمي را بیابيد.   | ۲        |
| ۱۵   | دو بردار $\vec{a} = (3, -2, 1)$ ، $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ را در نظر بگيريد.<br>الف) بردار $\vec{a}$ در کدام ناحيه از فضای $\mathbb{R}^3$ واقع است؟ (شماره ناحيه ذكر شود).<br>ب) طول بردار $\vec{a} + 2\vec{b}$ را حساب کنيد.<br>پ) برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را پيدا کنيد. | ۲        |
| ۱۶   | بردارهای $\vec{a} = (-2, 0, 2)$ و $\vec{b} = 2\vec{j} + 2\vec{k}$ را در نظر بگيريد.<br>الف) زاويه بين دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آوريد.<br>ب) تصویر قائم بردار $\vec{a} + \vec{b}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ به دست آوريد.  | ۲        |
|      | موفق و سر بلند باشيد   | جمع نمره |
| ۲۴   |  |          |

|   |   |  |   |
|---|---|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه                               | ساعت شروع: ۸ صبح  | رشته: ریاضی فیزیک                                | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴/۴/۹۹                               |   | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                     |   |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |   | دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۹ |   |
| نمره  | راهنمای تصحیح   |  | ردیف                                    |
| ۱   | ب) اسکالر (۰/۲۵) بخش الف) الزامی<br>ت) کانون سهمی (۰/۲۵)<br>پ) بیرون (۰/۲۵)   |  | ۱                                       |
| ۱   | (۰/۲۵) ت) نادرست (۰/۲۵)<br>پ) درست (۰/۲۵)<br>ب) درست (۰/۲۵)<br>الف) نادرست (۰/۲۵)   |  | ۲                                       |
| ۱/۷۵  | $\begin{cases} m - ۲ = ۰ \rightarrow m = ۲ (۰/۲۵) \\ n + ۱ = ۰ \rightarrow n = -۱ (۰/۲۵) \end{cases}$ $B = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۱ \\ ۲ & ۰ & -۱ \\ ۳ & -۱ & ۲ \end{bmatrix} \xrightarrow{(\cdot/۲۵)}  B  = ۲(-۱) - ۱(۷) + ۱(-۲) = -۱۱ (۰/۵),  A  = ۲ (۰/۲۵)$ $ A  +  B  = ۲ + (-۱۱) = -۹ (۰/۲۵)$   |  | ۳                                       |
| ۱/۲۵  | $ A  = ۵  A  - ۲۴ \xrightarrow{(\cdot/۵)}  A  = ۶ (۰/۲۵)$ $A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} ۵ & -۸ \\ -۳ & ۶ \end{bmatrix} \quad (\cdot/۵)$ <p>ب) ماتریس A وارون پذیر است و وارون آن برابر است با:</p>  |  | ۴                                       |
| ۱/۲۵  | $[1 \ x] \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۰ \rightarrow [2+x \ 4+2x] \begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} = \underbrace{[4+2x+4+2x]}_{(۰/۵)} = ۰ \rightarrow x = -۲ (۰/۲۵)$  |  | ۵                                       |
| ۱/۵   | <p>مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB است این خط را d می نامیم (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C و D به یک فاصله باشد، عمود منصف پاره خط CD است این خط را d' می نامیم (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین نقطه برخورد خطوط d و d' جواب مسئله است. (نقطه E (۰/۲۵))</p> <p>اگر خطوط d و d' متقاطع باشند مسئله یک جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>اگر خطوط d و d' منطبق باشند مسئله بی شمار جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>اگر خطوط d و d' موازی باشند مسئله جواب ندارد. (۰/۲۵)</p> |  | ۶                                       |
|   | «ادامه در صفحه دوم»   |  |   |

|  |                  |   |   |
|--|------------------|---|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه  | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: ریاضی فیزیک                               | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴/۴/۹۹  |                  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                    |   |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |                  | دانش آموزان روزانه سراسرکشور خرداد ماه سال ۱۳۹۹ |   |

| ردیف | راهنمای تصحیح  | نمره |
|------|--|------|
| ۷    | $OH = \frac{ 2(-1) + 1(-1) - 2 }{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \quad (0/25)$ $\Delta AOH (H=1) : OH^2 + AH^2 = OA^2 \rightarrow (\sqrt{5})^2 + 2^2 = r^2 \quad (0/25)$ $r = \sqrt{5} \quad (0/25) \rightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = 5 \quad (0/25)$ | ۱/۲۵ |
| ۸    | <p>مرکز وشعاع دایره را به دست می آوریم</p> $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \rightarrow O(1, -1), r = \sqrt{2} \quad (0/5)$ $OA = \sqrt{2} \quad (0/25) \rightarrow OA < r$ <p>نقطه داخل دایره قرار دارد. <math>(0/25)</math></p>                                  | ۱    |
| ۹    | $OM = OA = a \quad (0/25)$ $\Delta OFM : OF^2 + MF^2 = OM^2 \xrightarrow{(0/25)} c^2 + MF^2 = a^2 \xrightarrow{(0/25)} MF = b \quad (0/25)$  | ۱    |
| ۱۰   | $2a = \sqrt{2}(2b) \rightarrow a = b\sqrt{2} \xrightarrow{(0/25)} \cos B_1 = \frac{OB}{BF} = \frac{b}{b\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow B_1 = 45^\circ \quad (0/25)$ $\hat{F}BF' = 2 \times 45 = 90^\circ \quad (0/25)$                          | ۱/۵  |
| ۱۱   | $2b = 24, b = 12, c = 5 \xrightarrow{(0/25)} a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = 12^2 + 5^2 \rightarrow a = 13 \quad (0/25), \frac{c}{a} = \frac{5}{13} \quad (0/25)$  | ۱    |
|      | «ادامه در صفحه سوم»  |      |

|  |   |                              |   |
|--|---|------------------------------|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه  | ساعت شروع: ۸ صبح  | رشته: ریاضی فیزیک            | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴/۴/۹۹  |   | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه |   |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> | دانش آموزان روزانه سراسرکشور خرداد ماه سال ۱۳۹۹   |                              |   |
| نمره   | راهنمای تصحیح   |                              | ردیف                                    |
| ۲/۵  | <p>الف) فرم استاندارد سهمی به صورت <math>(x+4)^2 = 4(y+4)</math> است (<math>۰/۵</math>)<br/>         سهمی قائم و دهانه آن رو به بالا باز می شود. (<math>۰/۲۵</math>) راس سهمی نقطه <math>A(-4, -4)</math> است (<math>۰/۲۵</math>) و <math>a = 1</math>.<br/>         مختصات کانون آن نقطه <math>F(-4, -4+1) = (-4, -3)</math> است (<math>۰/۲۵</math>). معادله خط هادی سهمی به صورت <math>y = -4 - 1 = -5</math> است (<math>۰/۲۵</math>).<br/>         ب) نقاط کمکی <math>B'(-6, -3)</math> و <math>B(-2, -3)</math> (<math>۰/۵</math>)<br/>         رسم سهمی با استفاده از نقاط کمکی (<math>۰/۲۵</math>)</p>  |                              | ۱۲                                      |
| ۲  | <p>الف) <math>\frac{2m}{2} \neq \frac{3}{-1} \rightarrow m \neq -3</math> (<math>۰/۲۵</math>)</p> $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow  A  = -10 \neq 0, \quad (۰/۲۵), \quad A^{-1} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵)$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}}_{(۰/۲۵)} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \quad (۰/۵)$   |                              | ۱۳                                      |
| ۲  | $y^r = 4(x-1) \rightarrow S(1, 0) \quad (۰/۲۵), \quad F(2, 0) \quad (۰/۲۵)$ $(x-2)^r + y^r = 9 \quad (۰/۲۵), \quad \begin{cases} y^r = 4x - 4 \\ y^r = -x^r + 4x + 5 \end{cases} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \begin{cases} x = 3 \quad (۰/۲۵) \\ x = -3 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $M(3, 2\sqrt{2}), \quad M'(3, -2\sqrt{2}) \quad (۰/۵)$   |                              | ۱۴                                      |
|  | «ادامه در صفحه چهارم»   |                              |   |

|  |  |  |   |
|--|--|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه  | ساعت شروع: ۸ صبح   | رشته: ریاضی فیزیک                                | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴/۰۴/۹۹   |  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                     |   |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |  | دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۹ |   |
| ردیف   | راهنمای تصحیح  | نمره   |   |
| ۱۵   | الف) بردار $\vec{a}$ در ناحیه چهارم (۰/۵)<br>$\vec{a} + 2\vec{b} = (3, -2, 1) + 2(-2, 1, -1) = (-1, 0, -1) \quad (0/5)$<br>ب) $ \vec{a} + 2\vec{b}  = \sqrt{2} \quad (0/25)$<br>پ) ضرب خارجی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر آنها عمود است (۰/۲۵)<br>$\vec{a} \times \vec{b} = (1, 1, -1) \quad (0/5)$   | ۲  |   |
| ۱۶   | الف) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-2, 0, 2) \cdot (0, 2, 2) = 4 \quad (0/25)$<br>$ \vec{a}  =  \vec{b}  = 2\sqrt{2} \quad (0/25)$<br>ب) $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a}   \vec{b} } = \frac{1}{2} \quad (0/25) \rightarrow \theta = 60^\circ \quad (0/25)$<br>$\vec{a} + \vec{b} = (-2, 0, 2) + (0, 2, 2) = (-2, 2, 4) \quad (0/25)$<br>$(\vec{a} + \vec{b})' = \underbrace{\frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}}_{(0/25)} = \underbrace{\frac{12}{8}}_{(0/5)} (0, 2, 2) = (0, 3, 3)$ | ۲  |   |
|  | "مصحح گرامی، به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"  | ۲۴   |   |

ریاضی سرا در تلگرام:  
(@riazisara)