

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

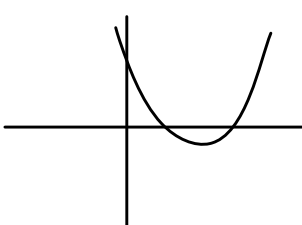
جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تمصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: حسابان ۱
 نام دبیر: خانم رستگاریان
 تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۰ / ۱۴۰۰
 ساعت امتحان: ۱۰:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضا: مدیر		نمره به عدد:	نمره به حروف:
		نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
بارم		نام دبیر:	تاریخ و امضا:
		تاریخ و امضا:	نام دبیر:
ردیف	سؤالات		
۱	در یک دنباله ی حسابی قدر نسبت برابر ۲ و مجموع ۵۰ جمله ی نخست این دنباله ۵۰۰۰ می باشد. جمله ی بیستم این دنباله چند است؟		
۲	در یک دنباله ی هندسی $a_7 = 192$ و $a_4 = 6$ می باشد. مقدار S_1 را بیابید. مجموع ۵ جمله ی سوم این دنباله چقدر است؟		
۳	اگر α, β جواب های معادله ی $x^2 - 2x - 4 = 0$ باشد، مقدار $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ را به دست آورید؟		
۴	اگر معادله ی $x^2 + (m-4)x + 2m + 4 = 0$ دو ریشه مثبت داشته باشد. حدود m را به دست آورید؟		
۵	تعداد جواب های معادله روبرو را به روش هندسی به دست آورید. سپس مقادیر دقیق جواب ها را به طریق جبری به دست آورید. $ x^2 - 2 = x - 2 $		
۶	سرعت مینا در انجام کاری $\frac{1}{5}$ برابر سرعت آنا است. اگر این دو این کار را با هم انجام دهند، در ۱۲ ساعت آن کار انجام می شود. آنا به تنهایی کار را در چند ساعت انجام می دهد؟		
۷	معادله ی روبرو را حل کنید. $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = 1$		

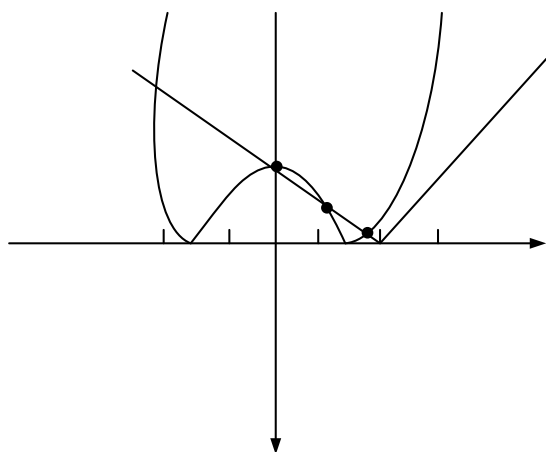
۵	<p>نمودار توابع زیر را رسم کنید. و دامنه و برد هر یک را بنویسید.</p> <p>a) $y = x + 1 + x - 3$ b) $y = x - 2 - 3$ c) $y = 1 - \sqrt{x + 1}$ d) $y = \frac{x + 2}{x + 1}$ e) $y = [3x + 1] \quad -1 \leq x \leq 1$</p>	۸
۱	مساحت مربعی که یک رأس آن نقطه ی $A(2, 1)$ و یک ضلع آن روی خط $y = 2x + 1$ است، را به دست آورید.	۹
۱	خط های $mx + 3y - 6 = 0$ و $4x + ny - 8 = 0$ برهم عمودند و $m - n = 14$ می باشد. مقدار $m^2 - n^2$ چقدر است؟	۱۰
۱	<p>در کدام رابطه y تابعی از x است و در کدام توابع y تابعی از x نمی باشد؟</p> <p>a) $y = x^2 - 1$ b) $y^2 = x - 1$ c) $y^2 = x + 1$ d) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$</p>	۱۱
۱	آیا دو تابع $f(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 + 1}$ و $g(x) = x$ مساویند؟ چرا؟	۱۲
۱	ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{5x + 7}{2x - 3}$ را بیابید.	۱۳
۱	<p>حاصل هر یک از عبارات زیر را بنویسید.</p> <p>الف) $[-\sqrt{25}] =$ ب) $[\sqrt{19}] =$ ج) $[\pi - 4] =$ د) $[-1271/2] =$</p>	۱۴
۱/۵	<p>یک به یک بودن تابع زیر را بررسی کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & x \leq 2 \\ x^2 - 4x + 5 & x > 2 \end{cases}$	۱۵



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$d = 2 \quad s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ $s_{50} = 5000 \quad 5000 = \frac{50}{2}(2a_1 + 49 \times 2) \Rightarrow a_1 = 51$ $a_{19} = a_1 + (n-1)d = 51 + 19 \times 2 = 89$	
۲	$a_r = 6 \quad a_r q^{\Delta} = a_v \Rightarrow q^{\Delta} = \frac{192}{6} = 32 \Rightarrow q = 2 \quad a_1 = \frac{a_r}{q} = \frac{6}{2} = 3$ $a_v = 192$ $s_{10} = a_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1} = 3 \times \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 3069$ $s_{15} = a_1 \times \frac{q^{15} - 1}{q - 1} = 3 \times \frac{2^{15} - 1}{2 - 1} = 32737$ $s_{15} - s_{10} = 32737 - 3069 = 29668$	
۳	$\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} = \frac{\beta+1+\alpha+1}{(\alpha+1)(\beta+1)} = \frac{(\alpha+\beta)+2}{\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1} = \frac{2+2}{-4+2+1} = \frac{4}{-1} = -4$ $\alpha\beta = -4 \quad \alpha + \beta = 2$	
۴	 $\Delta > 0$ $\left. \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} > 0 \\ a > 0 \\ c > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow b < 0$ $m - 4 < 0 \Rightarrow m < 4 \quad \boxed{1}$ $2m + 4 > 0 \Rightarrow m > -2 \quad \boxed{2}$ $(m-4)^2 - 4(2m+4) > 0 \Rightarrow m^2 - 8m + 16 - 8m - 16 > 0$ $m^2 - 16m > 0$ $m(m-16) > 0$ $m < 0 \text{ یا } m > 16 \quad \boxed{3}$ $\boxed{-2 < m < 0} \leftarrow \boxed{3}, \boxed{2}, \boxed{1} \text{ اشتراک}$	

$$\begin{cases}
 x^2 - 2 = x - 2 & x \geq 2 \\
 x = 0 & x \neq 1 \\
 x^2 - 2 = -x + 2 & \sqrt{2} \leq x < 2 \\
 x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} & \rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\
 & \rightarrow x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \\
 -x^2 + 2 = -x + 2 & -\sqrt{2} \leq x < \sqrt{2} \\
 x = 0 & x = 1 \\
 |x^2 - 2| = |x - 2| & \\
 x < -\sqrt{2} \Rightarrow x^2 - 2 = -x + 2 \Rightarrow & x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \\
 & x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}
 \end{cases}$$

غ ق ق
غ ق ق
غ ق ق



$x = \text{زمان مینا}$

$\frac{1}{5}x = \text{زمان آنا} = ?$

$12 = \text{باهم}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{5}x} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1/5 + 1}{\frac{1}{5}x} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{2/5}{\frac{1}{5}x} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{5}x = \frac{2}{5} \times 12$$

$$x = 20$$

$$\frac{1}{5}x = 30$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2})^2 = 1^2$$

$$x+1+x-2-2\sqrt{(x+1)(x-2)} = 1 \Rightarrow 2x-2 = 2\sqrt{(x+1)(x-2)} \Rightarrow (x-1)^2 = (\sqrt{(x+1)(x-2)})^2$$

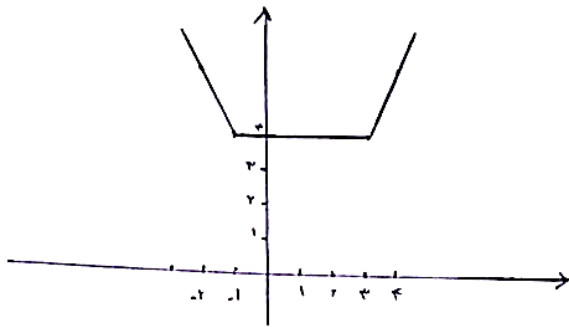
$$x^2 - 2x + 1 = x^2 - x - 2$$

$$-2x + 1 = -x - 2$$

$$x = 3$$

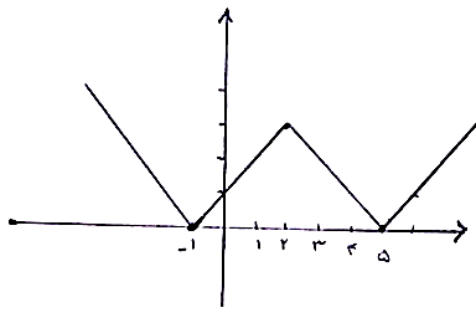
$$a) y = |x+1| + |x-3|$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad R_f = [2, +\infty)$$



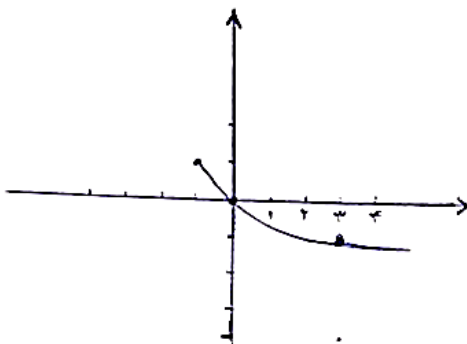
$$b) y = ||x-2|-3|$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad R_f = [0, +\infty)$$



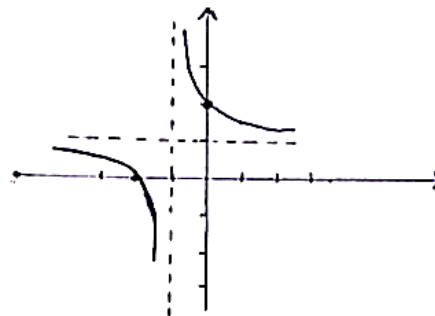
$$c) y = 1 - \sqrt{x+1}$$

$$D_f = [-1, +\infty) \quad R_f = (-\infty, 1]$$



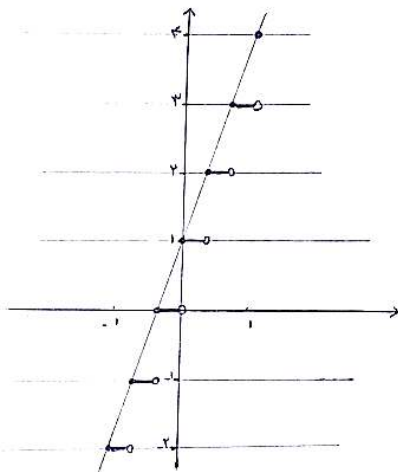
$$d) y = \frac{x+2}{x+1} = 1 + \frac{1}{x+1}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \quad R_f = \mathbb{R} - \{-1\}$$



$$e) y = [rx+1]$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad R_f = \mathbb{R}$$



$$rx - y + 1 = 0 \quad AH = \frac{|r(2) - (1) + 1|}{\sqrt{r^2 + 1^2}} = \frac{r}{\sqrt{\Delta}} \quad S = \left(\frac{r}{\sqrt{\Delta}}\right)^2 = \frac{r^2}{\Delta}$$

$$A(r, 1)$$

$m_l = -\frac{m}{3} \quad m_r = -\frac{4}{n} \Rightarrow -\frac{m}{3} \times \frac{4}{n} = -1 \Rightarrow \frac{4}{3} \left(\frac{m}{n}\right) = -1 \Rightarrow \frac{m}{n} = -\frac{3}{4}$ $m = -\frac{3}{4}n$ $m - n = -\frac{3}{4}n - n = 14 \Rightarrow -\frac{7}{4}n = 14 \Rightarrow \underline{n = -8} \Rightarrow \underline{m = 6}$ $m^r - n^r = 6^r - (-8)^r = 36 - 64 = -28$	۱۰
$y = \pm(x^r - 1)$ $y = \sqrt[r]{ x-1 }$ $y^r = \pm(x+1)$ $\frac{x^r + y^r}{xy} = 2 \Rightarrow x^r + y^r - 2xy = 0 \Rightarrow (x-y)^r = 0$ $x - y = 0 \Rightarrow y = x$	۱۱ (a) تابع نیست (b) تابع هست (c) تابع نیست (d) تابع هست
$D_f = D_g = \emptyset$ $f(x) = \frac{x(x^r+1)}{(x^r+1)} = x \quad f(x) = g(x)$	۱۲ دو تابع مساویند، زیرا دامنه ها و ضابطه ها باهم برابرند.
$f(x) = \frac{\Delta x + \gamma}{2x - 3} \Rightarrow y = \frac{\Delta x + \gamma}{2x - 3} \Rightarrow y(2x - 3) = \Delta x + \gamma \Rightarrow 2xy - 3y - \Delta x - \gamma = 0$ $\Rightarrow x(2y - \Delta) = 3y + \gamma \Rightarrow x = \frac{3y + \gamma}{2y - \Delta} \quad f^{-1}(x) = \frac{3x + \gamma}{2x - \Delta}$	۱۳
$[-\sqrt{25}] = -3 \quad [\sqrt{19}] = 4 \quad [\pi - 4] = -1 \quad [-1271/2] = -1272$	۱۴
<p>تابع یک به یک است. ۱- بررسی می کنیم تابع در هر ضابطه یک به یک باشد:</p> <p>(تابع خطی با شیب غیرصفر یک به یک است) $y = 2x - 4$</p> <p>سهمی در بازه $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$ یک به یک اند. $x_h = -\frac{b}{2a} = 2$</p> <p>پس این سهمی در بازه $[2, +\infty)$ یک به یک است.</p> <p>۲- اشتراک بردها باید تهی باشد.</p> $x \leq 2 \Rightarrow 2x \leq 4 \Rightarrow 2x - 4 \leq 0 \quad R_{f_1} = (-\infty, 0]$ $x^r - 4x + 5 = (x-2)^r + 1 \Rightarrow (x-2)^r \geq 0 \Rightarrow (x-2)^r + 1 \geq 1 \quad R_{f_2} = [1, +\infty)$ $R_{f_1} \cap R_{f_2} = \emptyset$	۱۵
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح : جمع بارم : ۲۰ نمره